AS RELAÇÕES ENTRE PROGRESSÃO ARITMÉTICA E A FUNÇÃO AFIM COM O APLICATIVO GEOGEBRA

Matheus de Lucas Pereira Dos Santos[1]

Breno Araújo da Silva[2]

1. Introdução

Este trabalho é fruto das atividades realizadas no ano de 2016, no âmbito da disciplina de *Prática de Ensino de Matemática IV* com a utilização do *software*geogebra para ensinar matemática com a utilização do aplicativo a professores em formação inicial do quarto período Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Acre (UFAC), sendo a atividade aplicada também aos estudantes da Educação Básica.

A aplicação pratica ocorreu no Colégio de Aplicação (CAP/UFAC) para estudantes do segundo e terceiro ano do Ensino Médio como partedas Comemorações do Dia Nacional de Matemática. O objetivo foi revisar com os alunos o tema progressão aritmética e função afim, bem como suas relações, utilizando *software* GeoGebra.

Como aporte teórico, temos Borba e Penteado (2010), no que se refere a informática e a Educação Matemática, Lorenzato (2010) sobre a importância do laboratório de ensino nas escolas e outros mais.

O conteúdo trabalhado está de acordo com as orientações curriculares de matemática do Ensino Médio elaborado pela Secretaria de Estado de Educação e Esporte do Acre (ACRE, 2010) para modalidade do 2º ano.

Como resultado os estudantes participaram e os que outrora não haviam aprendido o assunto abordado passaram a compreender, e para nos professores em

[1]Licenciando do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Acre. E-mail: matheusdelucas_santos@hotmail.com.
[2]Licenciando do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Acre. E-mail: Brenoa.s@hotmail.com

formação apreendemos como ensinar matemática com o uso da tecnologia, em especial o aplicativo GeoGebra.

2. Geogebra e as relações com a progressão aritmética e a função afim

Geogebra (aglutinação das palavras Geometria e Álgebra) é um aplicativo de matemática dinâmica que combina conceitos de geometria e álgebra em uma única interface gráfica. Foi criado por Markus Hohenwarter para ser utilizado em ambiente de sala de aula.

O programa permite realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta, polígonos etc., assim como permite inserir funções e alterar todos esses objetos dinamicamente, após a construção estar finalizada. Equações e coordenadas também podem ser diretamente inseridas.

Portanto, o GeoGebra é capaz de lidar com variáveis para números, pontos, vetores, derivar e integrar funções, e ainda oferecer comandos para se encontrar raízes e pontos extremos de uma função. Com isto, o programa reúne as ferramentas tradicionais de geometria com outras mais adequadas à álgebra e ao cálculo. Isto tem a vantagem didática de representar, ao mesmo tempo e em um único ambiente visual, as características geométricas e algébricas de um mesmo objeto.

A partir da versão 5.0 também é possível trabalhar com geometria em três dimensões. O GeoGebra é um recurso tecnológico ao qual nos permite ir além de uma sala de aula, explorando elementos aos quais não veríamos tão facilmente em um quadro.

A Progressão Aritmética (P.A.) representa uma sequência numérica em que seus componentes são espaçados sempre por um mesmo valor. Considere a sequência com o seguinte padrão numérico: P.A. = (4, 7, 10, 13, 16). Seu primeiro termo é 4 ($a_1 = 4$), o segundo é 7 ($a_2 = 7$), o terceiro é 10 (a_3=10), o quarto 13($a_4 = 10$), e o quinto termo 16 ($a_5 = 16$).

Observando os termos percebemos que são acrescidosde três em três. Portanto, diz-se que a razão da progressão aritmética é três. Na nomenclatura utilizada, r=3.

A fórmula que indica o somatório de n termos em uma P.A. (progressão aritmética) é a seguinte:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) . n}{2}$$

Essa fórmula, inventada (ou descoberta) por Gauss, pode ser assim explicada: A somatória dos n primeiros termos de uma P.A. (S_n) é obtida somando-se o primeiro termo da P.A. com o último termo desejado (a_1 + a_n), multiplicando pelo número de termos da P.A. (n) e dividindo por 2.

Agora, a explicação através da história. Diz-se que Gauss estava na primeira série do primário quando escreveu a fórmula. Sim, do primário! O professor estava cansado do barulho da sala e deu a seguinte tarefa, a ser resolvida individualmente:

- Somem todos os números de 1 a 100!

Em apenas alguns minutos, Gauss chegou com o resultado: 5.050. O professor achou estranho e, conferindo o resultado, viu que estava correto.

Eis a lógica utilizada por Gauss: na sequência dos números de 1 a 100, a soma dos extremos é sempre a mesma: 101. Por exemplo: 1 + 100, 2 + 99, 3 + 98 e assim sucessivamente. Portanto, se pegássemos o resultado dessa soma e multiplicássemos pelo número de vezes em que ela aparece, temos com facilidade um resultado. Essa soma aparece quantas vezes? Cem? Não, pois se percorrermos a sequência inteira, chegaremos ao seguinte ponto: 49 + 52, 50 + 51, 51 + 50, 52 + 49 etc. Repare que começamos a repetir o resultado. Portanto, essa soma está duplicada. Temos que multiplicar 101 pela metade do número total dos termos. Logo, a soma de todos os números de 1 até 100 é igual a 101 vezes 100/2, que é igual a 101 vezes 50, resultando 5.050 (OLIVEIRA, 2016).

Observe a fórmula novamente:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}$$

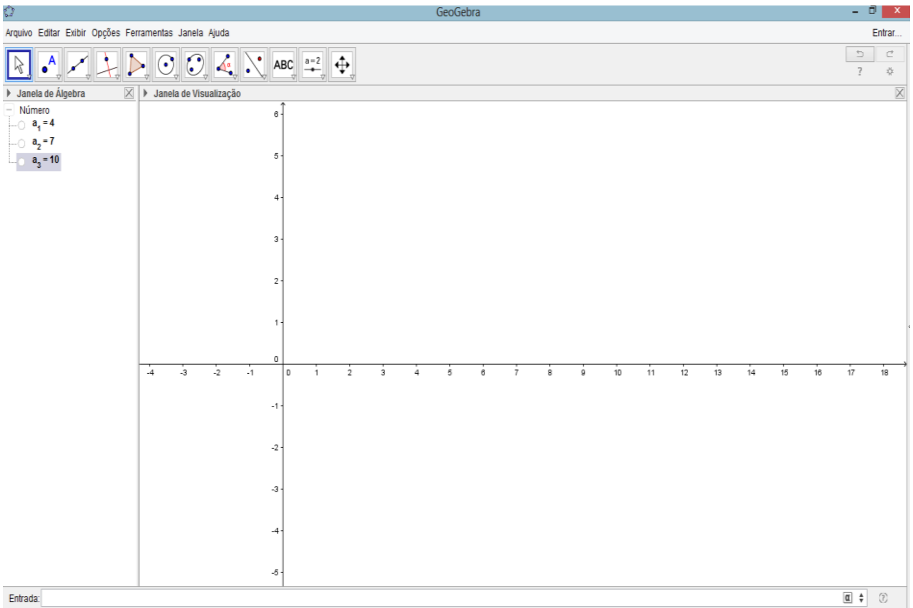
E sua aplicação neste caso:

O entendimento da fórmula fica muito mais simples quando entendemos sua história e a lógica por trás do raciocínio.

A atividade com o GeoGebra ocorreu no laboratório de informática do CAp/UFAC e iniciou com uma simples sequência de números que representou o número de filhos de um casal e suas respectivas idades. Então perguntamos aos alunos do que se tratava e rapidamente responderam: trata-se de uma progressão aritmética.

Iniciamos com a sequência (4,7,10,13,16) limitando apenas a esses cinco termos. Inserimos os elementos como com sua respectiva cardinalidade, assim: $a_1 = 4$, $a_2 = 7$, a_3=10, $a_4 = 13$, $a_5 = 16$. No GeoGebra pressionando no campo entrada, as teclas "a_1=4" e <*enter*> no teclado; em seguida "a_2=7" e <*enter*> novamente até o último elemento "a_5=16", conforme a Figura 1.

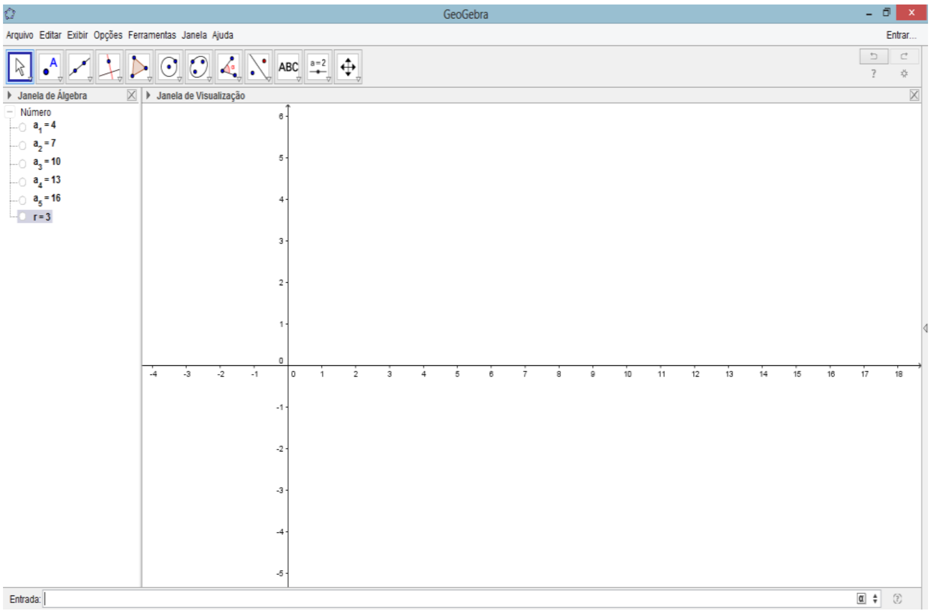
Figura 1: Sequência da Progressão Aritmética.



Fonte: Elaboração dos autores – na disciplina de PEM IV - 2016.

Após isso, calculamos a sua razão digitando no campo entrada r = a_2-a_1 e encontramos a razão da P.A., conforme a Figura 2.

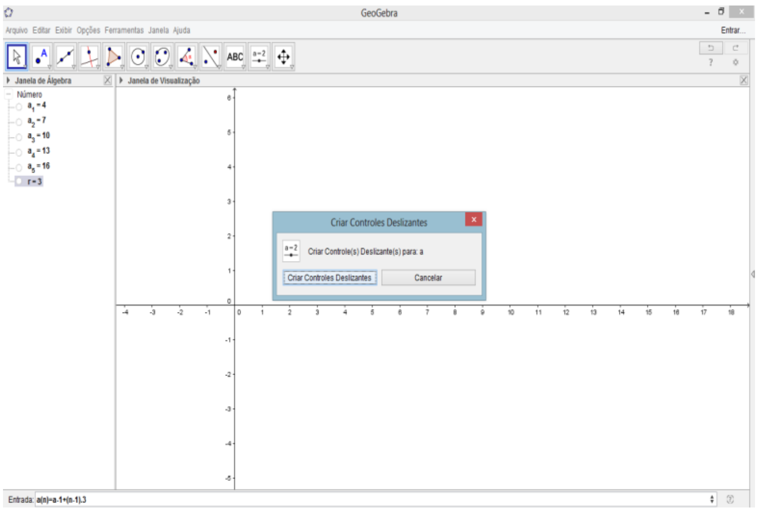
Figura 2: Encontrando a razão da Progressão Aritmética.



Fonte: Elaboração dos autores – na disciplina de PEM IV - 2016.

Em seguida, digitamos no campo entrada "a(n)=a_1+(n–1)*3" e pressionamos <*enter*>. O programa nos pedirá para criarmos um controle deslizante, e é o que faremos a seguir na Figura 3.

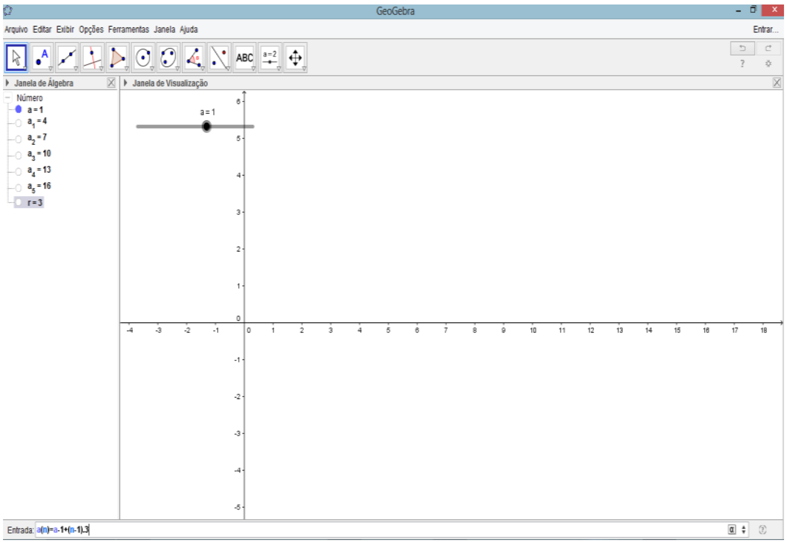
Figura 3: criando o controle deslizante.



Fonte: Elaboração dos autores – na disciplina de PEM IV - 2016.

Após pressionarmos em criar controles deslizantes ele ficará conforme a Figura 4:

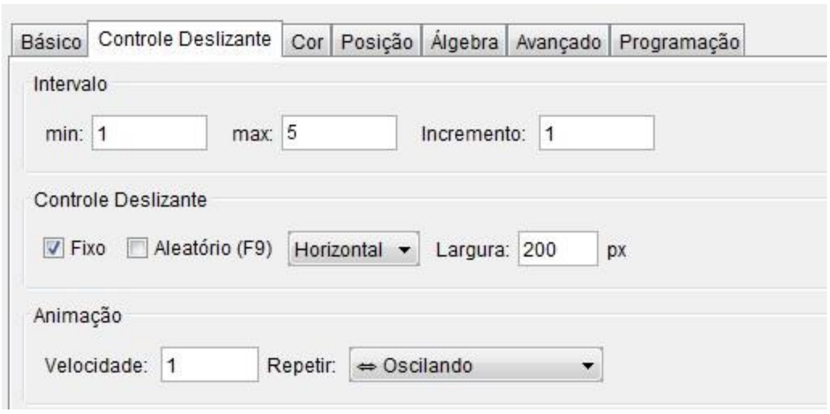
Figura 4: estabelecendo o controle deslizante.



Fonte: Elaboração dos autores – na disciplina de PEM IV - 2016.

Com o botão direito do mouse, clicar no "controle deslizante" e depois em "propriedades" e configure na caixa de preferências min: 1, max: 5 e incremento:1. Assim você limitará o controle aos cinco pontos que correspondem aos elementos da P.A.

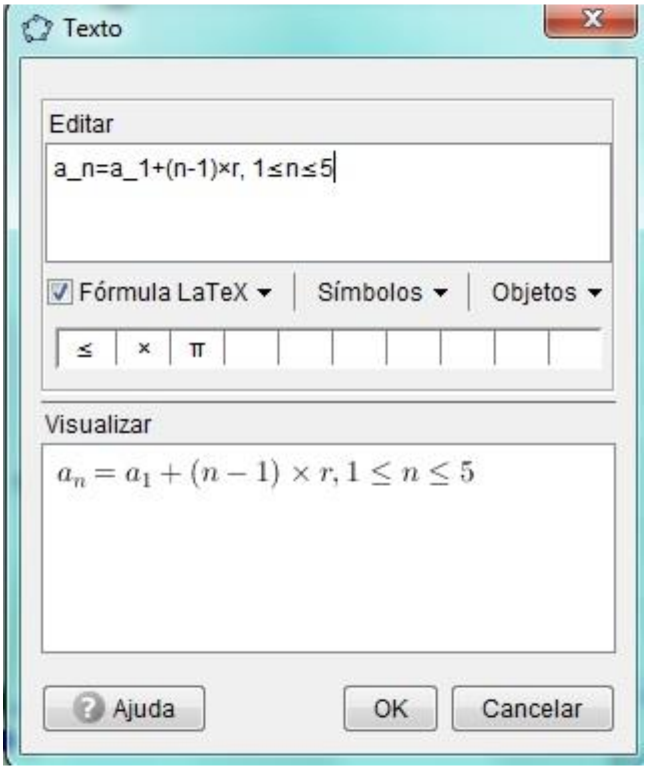
Figura 5: Janela preferências configurando os termos da P.A.



Após esse passo, clicar na ferramenta texto (ícone com ABC) e depois em qualquer lugar da Janela de visualização. Após fazer isso, o programa abrirá a caixa de texto. Nela você selecionará a opção Fórmula *LaTeX*, e fará os seguintes passos:

Você digitará apenas "a(n) "= (a_1)+(n–1).3,(1 símbolo menor ou igual a n menor igual a 5) e clicar "ok". Após isso, na Figura 6 aparecerá o termo geral da P.A.

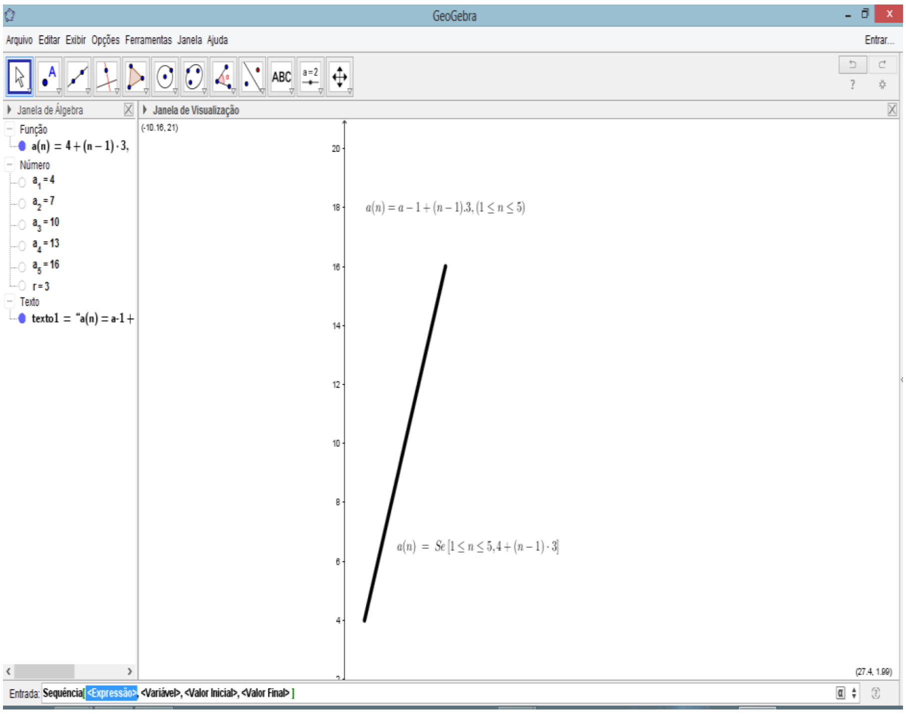
Figura 6: Ferramenta texto.



Em seguida, vamos mostrar o gráfico dessa P.A. e a sua relação com a função do 1º grau. Digitar no campo entrada: "a(n) = 4+(n-1).3",(1 símbolo menor igual n menor igual a 5) em seguida apertar em < *enter*>.

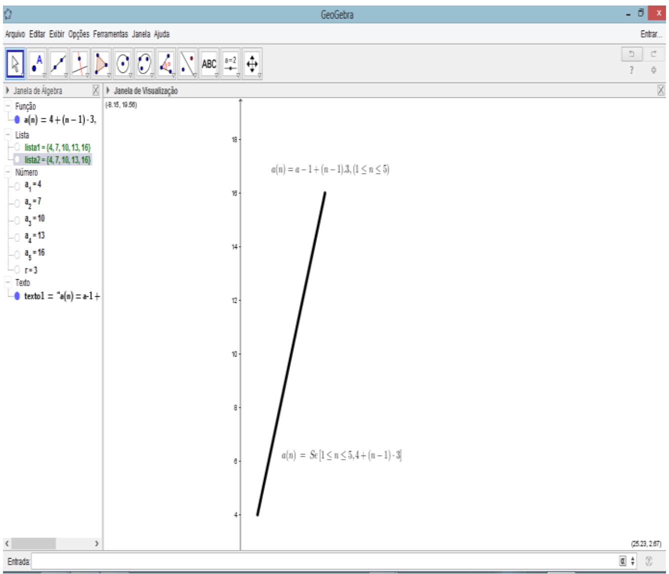
Por fim, vamos escrever no campo entrada a palavra "seq." e selecionamos a segunda opção "Sequência[<Expressão>, <Variável>, <Valor Inicial>, <Valor Final>]", escrevendo "Sequência [a(n), n, 1, 5] e aparecerá na Janela de Álgebra a lista com os termos da P.A., da seguinte forma: lista1 = {4, 7, 10, 13, 16} conforme as figuras 7 e 8.

Figura7: Representação da função do 1º grau limitada.



Também no lugar da *expressão* podemos escrever o termo geral da P.A. como segue: "a_1+(n-1)*r", onde há *variável* digitamos "n", onde há *valor inicial* digitamos "1" e *valor final* digitamos "5" e clicar <*Enter*>.

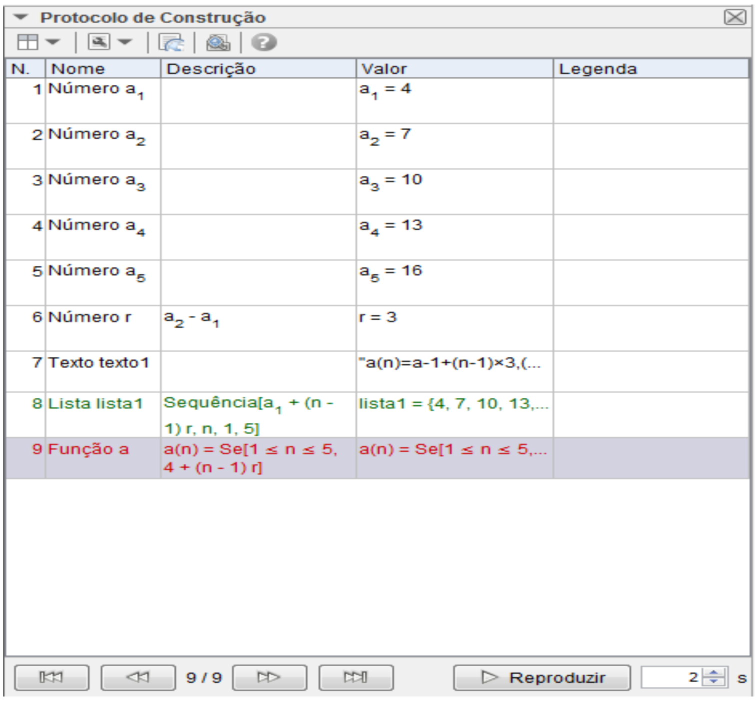
Figura 8: Representação da função no GeoGebra.



Após dar o <enter> a lista da P.A. aparecerá mostrando os elementos.

A seguir, vamos exibir os passos de nossa construção no GeoGebra com o comando na barra de *menu* exibir protocolo de construção, conforme a Figura 9.

Figura 9: Protocolo de construção.



Protocolo de Construção

N.	Nome	Descrição	Valor	Legenda
1	Número a_1		$a_1 = 4$	
2	Número a_2		$a_2 = 7$	
3	Número a_3		$a_3 = 10$	
4	Número a_4		$a_4 = 13$	
5	Número a_5		$a_5 = 16$	
6	Número r	$a_2 - a_1$	r = 3	
7	Texto texto1		"a(n)=a-1+(n-1)×3,(...	
8	Lista lista1	Sequência[a_1 + (n - 1) r, n, 1, 5]	lista1 = {4, 7, 10, 13,...	
9	Função a	a(n) = Se[1 ≤ n ≤ 5, 4 + (n - 1) r]	a(n) = Se[1 ≤ n ≤ 5,...	

9 / 9 Reproduzir 2 s

3. Depoimentos

Ao final da aula os alunos selecionamos de trinta estudantes o depoimento de três deles que chamaremos de A1, A2 e A3.

Para o A1: “Gostei muito da aula, pois foi uma experiência bem diferente da sala de aula, uma aula bem mais dinâmica. Relembrei coisas que nem sabia mais fazer”.

Já o A2: “A aula foi bem apresentada, relembramos os assuntos ministrados no ano passado e tivemos uma noção do funcionamento do programa do geogebra”

E, A3: “Foi uma aula apresentada bem, fazendo com que relembramos das formulas”.

Conforme depoimentos dos estudantes verificamos como a informática, especificamente o *software* Geogebra pode favorecer uma maior compreensão dos assuntos abordados, além de num mesmo ambiente apresentar representações diferentes de um mesmo conteúdo (BORBA e PENTEADO, 2010), além de incentivar a aprendizagem por meio da descoberta (LORENZATO, 2010).

4. Conclusão

Ao termino da atividade, concluímos que com novos métodos de ensino podemos despertar nos alunos um interesse maior pelo assunto abordado no momento, por vezes notamos um maior aprendizado e os alunos que outrora não compreendiam passaram a entender.

Também se pode notar maior rendimento e participação de alunos porque eles gostam de experimentar algo novo e que seja mais prazeroso para eles do que ficar uma aula inteira vendo o professor falar e escrever coisas que eles não fazem a menor idéia do que seja.

5. Referências bibliográficas

BORBA, M.C. PENTEADO, M.G. **Informática e Educação matemática**. 4. Ed.Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

LORENZATO, S. **Para Aprender matemática**. 3. Ed. Campinas, SP: Autores Associados LTDA. 2010.

OLIVEIRA, N. C. Disponível em: http://<www.infoescola.com/matematica/progressaoaritmetica/>. Acesso em: 11 ago. 2016.